El método de las ciencias formales.

Sistemas axiomáticos interpretados y sistemas axiomáticos formales.

Fragmentos extractados del libro de Gregorio Klimovsky, ***Las desventuras del conocimiento científico.***

El caso de la geometría.

El primer tratamiento sistemático de la geometría en la historia de la ciencia, en el que el conocimiento en este ámbito del saber se presenta organizado lógicamente, se halla en los primeros libros de los *Elementos* de Euclides, quien vivió entre fines del siglo IV a C. y comienzos del II a C. Para emplear la terminología que estamos utilizando, diríamos que la geometría, tal como allí se la expone es un ejemplo de "sistema axiomático interpretado" ¿Por qué? Porque Euclides introduce axiomas y postulados, emplea lógica formal y obtiene teoremas, pero además, los términos tienen significado. La geometría euclideana sería un discurso en el que habría oculto, un sistema axiomático con sus términos "primitivos" (tales como "punto", "recta" y "plano") y los procedimientos deductivos habituales para establecer en cierto orden los enunciados geométricos, amén de una interpretación que convierte a esta disciplina en un intento de exponer las propiedades del espacio físico.[1]

Sintaxis y semántica: los sistemas axiomáticos.

En cada uno de los sistemas de la matemática (entendida como álgebra) podemos tomar arbitrariamente, a modo de un juego, algunas expresiones (***fórmulas***) como *axiomas*, término que se emplea en homenaje a Aristóteles porque así llamaba él a los puntos de partida de sus disciplinas. Sin embargo, debemos insistir una vez más que aquí (en el álgebra) "axioma" es una peculiar combinación de signos sin significado, en tanto que el filósofo griego destinaba tal denominación para designar una verdad fáctica evidente e indiscutible.

Efectivamente, en este caso, los axiomas son simplemente los puntos de partida de un juego formal o sintáctico en el que, mediante el empleo de tales axiomas y de reglas lógicas serán introducidos los *teoremas*, término que Aristóteles reservaba para los enunciados que se deducen de los enunciados punto de partida. Obviamente, al igual que los axiomas, los teoremas son, para los sistemas axiomáticos de la matemática algebraica, *nada más que un conjunto de fórmulas*. Si luego se los utiliza en alguna aplicación, se los interpretará; en tal caso, los signos adquirirán significado y,

---

[1] Se sugiere comparar lo que dice el Prof. Klimovsky en este fragmento referido al sistema axiomático de Euclides para la geometría con el ejemplo del sistema axiomático de Giuseppe Peano para la aritmética que figura en la página 168 del Capítulo 4 del libro de Asti Vera – Ambrosini, **Argumentos y teorías**.

si se logra probar que los axiomas se han transformado en verdades de una disciplina científica, se admitirán por tanto que los teoremas serán a su vez verdades.[2]

Se recomienda relacionar el contenido del fragmento anterior del Prof. Klimovsky con las primeras páginas del Capítulo 4 "Las ciencias formales" del libro de Asti Vera-Ambrosini, Argumentos y Teorías.

Por cualquier duda, les sugiero que consulten a sus respectivos docentes en las tutorías presenciales o al docente de su aula virtual en el Foro Temático del campus.

Les recuerdo que este tipo de práctica que estamos haciendo con textos alternativos complementarios, no pretende reemplazar a la bibliografía obligatoria oficial ni tampoco esta comunicación informal pretende suplir los ámbitos presenciales y virtuales del Programa sino que, por el contrario, la idea es que se constituyan en un disparador que estimule la participación del alumnado en los mismos.

Prof. Mario Di Bella

[2] Para la concepción clásica, los axiomas eran considerados autoevidentes. Su verdad quedaba justificada por su evidencia, y el resto de los enunciados del sistema, por ejemplo, de la geometría, se justificaban deductivamente como teoremas, derivando su verdad de la verdad de los axiomas. De este modo, de un número reducido de enunciados básicos, se lograba organizar una rama íntegra del conocimiento. En las versiones actuales del método, se ha abandonado el requisito de evidencia, propiedad que se considera de índole psicológica y relativa; hoy ni siquiera es necesario que los axiomas sean enunciados ya que son formas de enunciados susceptibles de ser llenadas con distinto contenido. Este carácter formal de los sistemas axiomáticos actuales ha permitido que un mismo sistema reciba contenidos muy diferentes por parte de las distintas ciencias. A estos contenidos se los llama ***interpretaciones*** (los términos primitivos son puestos en correspondencia con propiedades, relaciones, funciones). En el caso de las interpretaciones que logran que todos los axiomas se conviertan en enunciados verdaderos, se dice que constituyen un ***modelo*** del sistema.